

Niveaux: SM PC SVT	Matière: Physique
PROF: Zakaryae Chriki	Résumé N:6
Dipole RC	

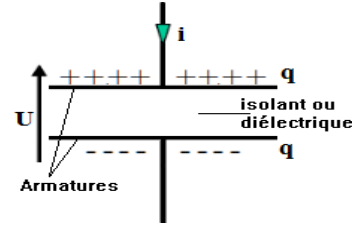


**Dipôle RC** : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C

**1. Condensateur :**

**Description.**

Un condensateur est un dipôle constitué de deux armatures métalliques parallèles, placées à des potentiels différents et séparées par un isolant ou un diélectrique.



**Relation charge-tension.**

La charge d'un condensateur, notée q, est liée à la tension U par la relation :

<b>q = C.U</b>	Avec :	C : capacité du condensateur (F)
		q : charge du condensateur (C)
		U : tension (V)

**Capacité d'un condensateur :**

- Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur.
- Son unité est le Farad (F)
- Autres unités du Farad

Millifarad 1mF=10 <sup>-3</sup> F	Microfarad 1µF=10 <sup>-6</sup> F	Nanofarad 1nF=10 <sup>-9</sup> F	Picofarad 1pF=10 <sup>-12</sup> F
--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------

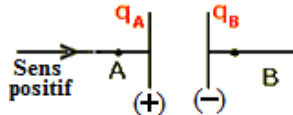
**Expression de l'intensité.**

Par définition, l'intensité du courant traversant un condensateur est la variation de la charge q au cours du temps.

En adoptant la convention réceptrice pour ce dipôle, on obtient :

Courant continu $I = \frac{Q}{\Delta t}$	Courant variable $i = \frac{dq}{dt}$ avec $q=C.U_c$ d'où $i = C. \frac{dU_c}{dt}$
---	---

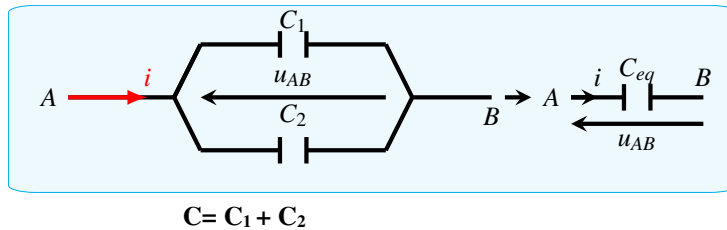
**2. Sens conventionnel du courant :**



Le sens positif (Conventionnel) du courant est toujours vers l'armature positive.

**3. Association des condensateurs :**

**Association en parallèle**



La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en parallèle de deux condensateurs est égale à la somme de leurs capacités C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub>.

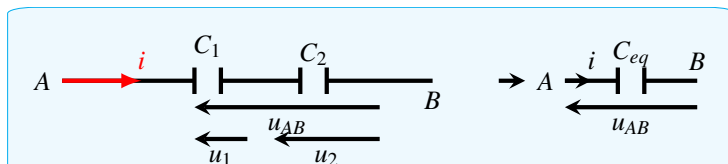
**NB :**

La capacité équivalente C de plusieurs condensateurs de capacités C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub> ... C<sub>n</sub> montés en parallèle, de capacité est la somme des capacités de chaque condensateur :  $C = \sum C_i$

**Interet de l'association :**

$C = C_1 + C_2$  : L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente supérieure à la plus grande d'entre elles.  $C > C_1$  et  $C > C_2$

**Association en série :**



La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série de deux condensateurs de capacités C<sub>1</sub> et C<sub>2</sub> est telle que

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{et} \quad C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

**NB :**

La capacité équivalente C du condensateur équivalent de l'association en série des condensateurs de capacités C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>3</sub> ... C<sub>n</sub>, montés en série, vérifie la relation :  $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$

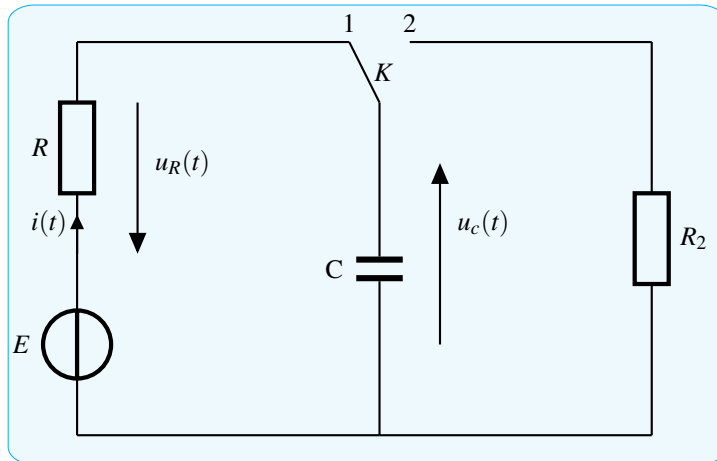
**Interet de l'association :**

$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$  : L'intérêt de l'association en parallèle des condensateurs est d'obtenir une capacité équivalente inférieure à la plus petite d'entre elles.  $C < C_1$  et  $C < C_2$

**4. Charge d'un condensateur :**

**Montage de la charge :**

Interrupteur K sur la position (1)



**Equation différentielle :**

En appliquant la loi d'additivité des tensions  $U_R + U_C = E$  et les transitions  $U_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$

On aboutit à l'équation différentielle vérifiée par une variable donnée

**Variable la tension du condensateur Uc:**  $U_C + R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = E$

**Variable la charge q:**  $\frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt} = E$  Ou  $q + R \cdot C \cdot \frac{dq}{dt} = E \cdot C$

**Equation horaire :**

On considère Uc(t) comme variable et la solution de l'équation différentielle  $U_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

- Pour déterminer les constantes **A, B et τ**, on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$U_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B \quad \text{et} \quad \frac{dU_C(t)}{dt} = A \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_C + R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = E : \text{équation différentielle vérifiée par } U_C$$

$$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R \cdot C \cdot \left(-\frac{A}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E \quad \text{et} \quad A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R \cdot C \cdot A \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\text{donc} \quad A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}\right) + B = E$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si : **B = E** et  $(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}) = 0$  d'où **τ = R.C**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à t=0 la tension Uc(0)=0, on remplace dans l'équation horaire et on obtient :  $U_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

$$0 = A \cdot e^0 + B = A + B, \quad A + B = 0 \quad \text{et} \quad A = -B = -E$$

$$\text{Conclusion : } A = -E, \quad B = E \quad \text{et} \quad \tau = R \cdot C \quad \text{alors} \quad U_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

**NB :**

Souvent la solution est  $U_C(t) = A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  dont la dérivée première est  $\frac{dU_C(t)}{dt} = A \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = A \cdot \left(\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

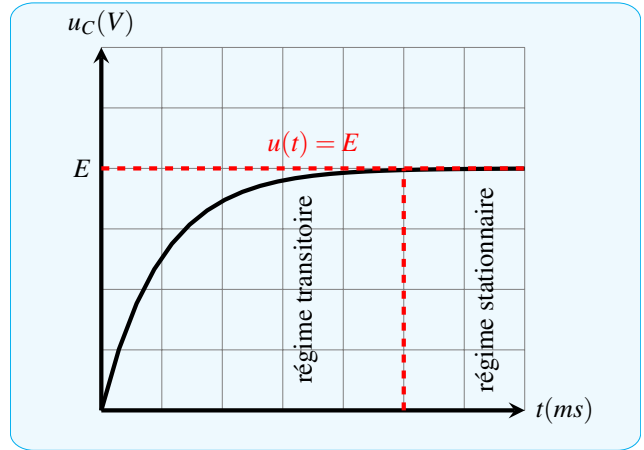
**La representation de  $u_C = f(t)$  :**

Mathématiquement la courbe qui représente  $u_C = f(t)$  est la suivante tel que à  $t = 0$  on a  $u_C(0) = 0$  et quand  $t \rightarrow \infty$  on a  $u_C = E$ , pratiquement on considère  $t > 5\tau$  on a  $u_C(\infty) = E$

La courbe présente deux régime :

Un régime transitoire : la tension  $u_C(t)$  varie au cours du temps .

Un régime stationnaire ou régime permanent où  $u_C(t)$  reste constante et égale à E



**Dètermination de la constante du temps  $\tau$  :**

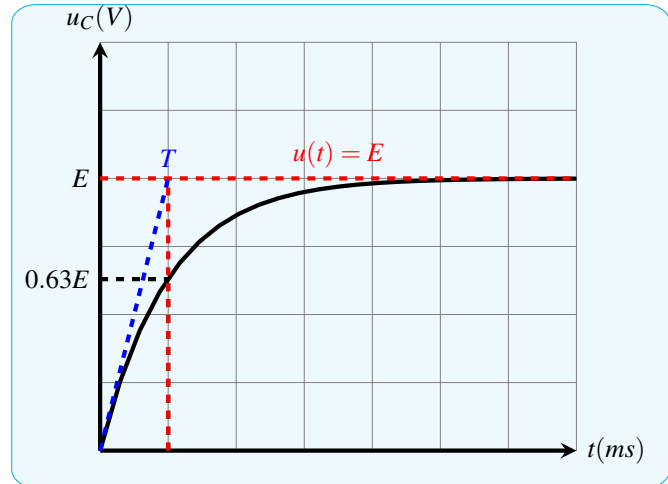
**Première méthode :**

On utilise la solution de l'équation différentielle :

$$u_C(t = \tau) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$$

$\tau$  est l'abscisse qui correspond à l'ordonnée  $0,63E$

**Deuxième méthode :** utilisation de la tangente à la courbe à l'instant  $t=0$  .



**Unité de la constante du temps  $\tau$  :**

D'après l'équation des dimensions , on a  $[\tau] = [R].[C]$

d'autre part  $[R] = \frac{[U]}{[I]}$  et  $[C] = \frac{[I]}{[U]}.[t]$  donc  $[\tau] = [t]$

La grandeur  $\tau$  a une dimension temporelle , son unité dans SI est le seconde (s) .

**Expression de l'intensité du courant de charge  $i(t)$  :**

On sait que l'intensité du courant de charge :  $i(t) = C \frac{du_C}{dt}$  tel que

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R_1 C} e^{-t/\tau}$$

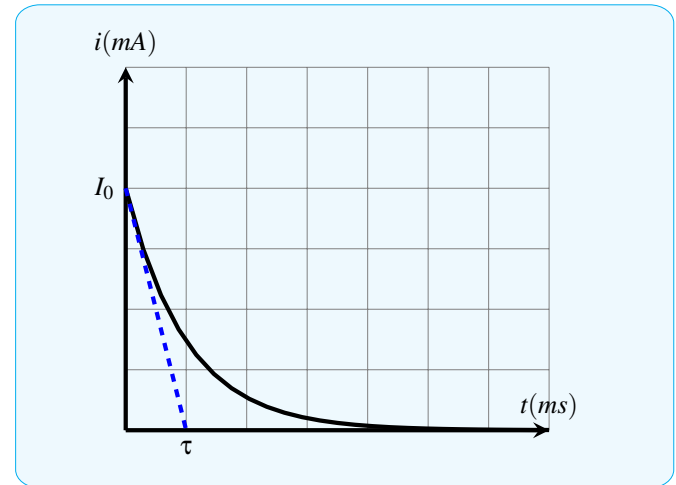
donc :

$$i(t) = \frac{CE}{R_1 C} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau}$$

tel que  $E/R_1$  représente l'intensité de courant à l'instant  $t = 0$  c'est à dire à  $t = 0$  on a  $u_C = 0$  donc  $E = R_1 \cdot J_0$  i.e  $J_0 = \frac{E}{R_1}$

$$i(t) = J_0 e^{-t/\tau}$$



**5. Décharge d'un condensateur :**

**Montage de la charge :**

Interrupteur K sur la position (2)

**Equation différentielle :**

En appliquant la loi d'additivité des tensions  $U_R + U_C = 0$  et les transitions

$$U_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} = R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable  $U_C$ :

$$U_C + R \cdot C \cdot \frac{dU_C}{dt} = 0$$

Variable  $q$ :

$$\frac{q}{C} + R \cdot \frac{dq}{dt} = 0 \quad \text{Ou} \quad q + R \cdot C \cdot \frac{dq}{dt} = 0$$

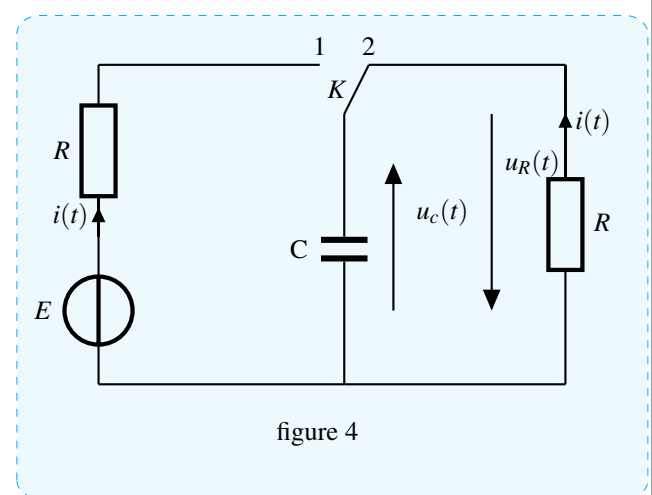


figure 4

**Equation horaire :**

On considère  $U_c(t)$  comme variable et la solution de l'équation différentielle  $U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

- Pour déterminer les constantes **A, B et  $\tau$** , on remplace la solution et sa dérivée première dans l'équation différentielle

$$U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B \text{ et } \frac{dU_c(t)}{dt} = A \cdot \left(-\frac{1}{\tau}\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad U_c + R \cdot C \cdot \frac{dU_c}{dt} = 0 : \text{équation différentielle vérifiée par } U_c$$

$$A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B + R \cdot C \cdot \left(-\frac{A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0 \quad \text{et} \quad A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B - R \cdot C \cdot A \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \text{ donc } \mathbf{A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}\right) + B = 0}$$

Par Egalité de deux fonctions polynomiales, l'équation est exacte si :  **$B = 0$**  et  **$(1 - R \cdot C \cdot \frac{1}{\tau}) = 0$**  d'où  **$\tau = R \cdot C$**

- Déterminer la constante **A** par les conditions initiales :

à  $t=0$  la tension  $U_c(0) = E$ , on remplace dans l'équation horaire et on obtient :  **$U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$**

$$E = A \cdot e^0 + B = A + B, E = A + B \text{ et } A = E \text{ vu que } B=0$$

Conclusion :  $A=E, B=0$  et  $\tau = R \cdot C$  alors  **$U_c(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + 0 = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$**

**La représentation de  $u_c = f(t)$  :**

Mathématiquement la courbe qui représente  $u_c = f(t)$  est la suivante tel que à  $t = 0$  on a  $u_c(0) = E$  et quand  $t \rightarrow \infty$  on a  $u_c = 0$ , pratiquement on considère  $t > 5\tau$  on a  $u_c(\infty) = 0$

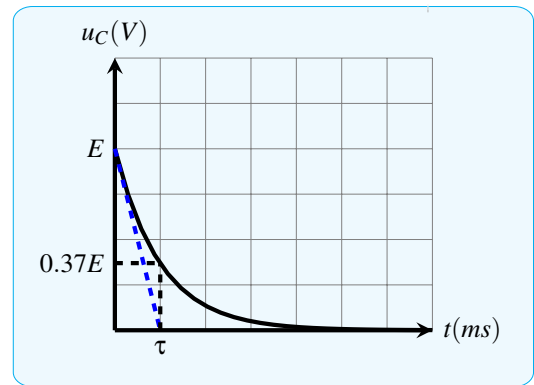
**Dèrmanition de la constante du temps  $\tau$  :**

**Première méthode :**

On utilise la solution de l'équation  $u_c(V)$  différentielle :

$$u_c(t = \tau) = Ee^{-1} = 0,37E$$

**Deuxième méthode :** utilisation de la tangente à la courbe à l'instant  $t=0$ . On a :



**Expression de l'intensité du courant de charge  $i(t)$  :**

$$\text{On a } u_c(t) = Ee^{-t/\tau}$$

d'après la loi d'additivité des tensions :  $u_R = -u_c(t)$  i.e :  $u_R(t) = -Ee^{-t/\tau}$  et puisque  $u_R = Ri(t)$  c'est à dire  $i(t) = -\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

**5. Energie électrique stockée dans un condensateur.**

L'énergie électrique stockée par un condensateur est :

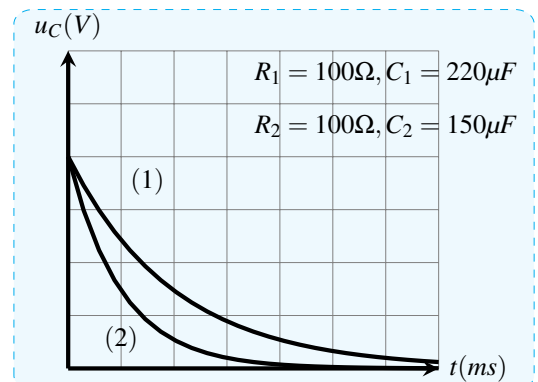
$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} C \cdot u_c^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

$E_e$  s'exprime en joule (J) avec  $C$  en farad (F),  $u_c$  en volt (V) et  $q$  en coulomb (C).

**6. L'influence de  $\tau$  sur la durée de la décharge**

**f. l'influence de  $\tau$  sur la durée de la décharge**

On suppose que  $\tau_1 > \tau_2$ , on obtient la représentation graphique suivante : Quelle est l'influence de  $\tau$  sur la décharge du condensateur dans le dipôle RC



**NB :**

- $\tau = R \cdot C$  : Constante de temps et est homogène à un temps
- Conditions initiales (à  $t=0$ ) :

$$\text{Charge d'un condensateur : } \mathbf{U_c(0) = 0, \quad q(0) = 0, \quad I(0) = I_0 = \frac{E}{R}}$$

$$\text{Décharge d'un condensateur : } \mathbf{U_c(0) = E, \quad q(0) = C \cdot E, \quad I(0) = -I_0 = -\frac{E}{R}}$$